



教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第一册 RJA

基础版

天津出版传媒集团
天津人民出版社

01

目录设置符合一线上课需求，详略得当

3.1 椭圆

3.1.1 椭圆及其标准方程

第1课时 椭圆及其标准方程

第2课时 与椭圆有关的轨迹问题

3.1.2 椭圆的简单几何性质

第1课时 椭圆的简单几何性质(一)

第2课时 椭圆的简单几何性质(二)

第3课时 直线与椭圆的位置关系

滚动习题(五) [范围 3.1]

3.2 双曲线

3.2.1 双曲线及其标准方程

3.2.2 双曲线的简单几何性质

第1课时 双曲线的简单几何性质

第2课时 直线与双曲线的位置关系及应用

3.3 抛物线

3.3.1 抛物线及其标准方程

3.3.2 抛物线的简单几何性质

第1课时 抛物线的简单几何性质

第2课时 直线与抛物线的位置关系

滚动习题(六) [范围 3.2~3.3]

02

以教材知识和教材例题、习题为主导，更加贴近课堂

◆ 要点二 空间中平面的向量表示

确定平面的条件	图形表示	向量表示
两条直线相交于点 O ，它们的方向向量分别为 \boldsymbol{a} ， \boldsymbol{b} ， P 为平面 α 内任意一点		$\overrightarrow{OP} = x\boldsymbol{a} + y\boldsymbol{b}$
P 是平面 ABC 内的任意一点， O 是空间中的任意一点		$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$
给定点 A 和平面 α 的法向量 \boldsymbol{a} ，以及平面 α 内一点 P		$\{P \mid \boldsymbol{a} \cdot \overrightarrow{AP} = 0\}$

【诊断分析】判断正误。(请在括号中打“√”或“×”)

(1) 一个平面的法向量有且仅有一个。 ()

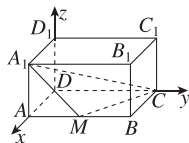
(2) 若 \boldsymbol{a} ， \boldsymbol{b} 都是平面 α 的法向量，则 $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$ 。 ()

典例解析

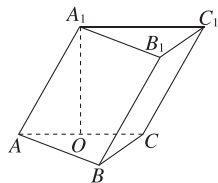
例3 [教材 P28 例1] 如图，在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=4$ ， $BC=3$ ， $CC_1=2$ ， M 是 AB 的中点。以 D 为原点， DA ， DC ， DD_1 所在直线分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系。

(1) 求平面 BCC_1B_1 的法向量；

(2) 求平面 MCA_1 的法向量。



变式 如图所示，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AA_1 = AC = 2$ ， $AB = BC$ ， $AB \perp BC$ ， O 为 AC 的中点， $A_1O \perp$ 平面 ABC 。建立适当的空间直角坐标系，分别求平面 A_1ABB_1 与平面 AA_1C_1C 的法向量。



[素养小结]

利用待定系数法求平面的法向量的步骤：

① 设向量：设平面的法向量为 $\boldsymbol{n} = (x, y, z)$ 。

② 选向量：在平面内选取两个不共线向量 \overrightarrow{AB} ， \overrightarrow{AC} 。

③ 列方程组：列出方程组 $\begin{cases} \boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \\ \boldsymbol{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0, \end{cases}$ 并解方程组。

④ 赋非零值：取其中一个为非零值(常取 ±1)，得到平面的一个法向量。

基础巩固

1. 直线 $y=x$ 被椭圆 $x^2+\frac{y^2}{2}=1$ 截得的线段长为 ()
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
7. 过椭圆 $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 的右焦点 F 作一条斜率为 2 的直线与椭圆交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 则 $\triangle OAB$ 的面积为 _____.

综合提升

11. (多选题)[2026·黑龙江大庆一中高二月考] 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{m^2}=1(m>0)$ 的焦点分别为 $F_1(0, 2), F_2(0, -2)$, 设直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 且点 $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 为线段 MN 的中点, 则下列说法正确的是 ()

- A. $m^2=6$
- B. 椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C. 直线 l 的方程为 $3x+y-2=0$
- D. $\triangle F_2MN$ 的周长为 $4\sqrt{6}$

思维探索

15. (多选题) 法国数学家蒙日在研究圆锥曲线时发现: 椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的任意两条互相垂直的切线的交点 Q 的轨迹是以坐标原点为圆心, $\sqrt{a^2+b^2}$ 为半径的圆, 这个圆称为蒙日圆. 若矩形 G 的四边均与椭圆 $C: \frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 相切, 则下列说法正确的是 ()
- A. 椭圆 C 的蒙日圆的方程为 $x^2+y^2=9$
- B. 若 G 为正方形, 则 G 的边长为 $3\sqrt{2}$
- C. 若圆 $(x-4)^2+(y-m)^2=4$ 与椭圆 C 的蒙日圆有且仅有一个公共点, 则 $m=\pm 3$
- D. 过直线 $l: x+2y-3=0$ 上一点 P 作椭圆 C 的两条切线, 切点分别为 M, N , 当 $\angle MPN$ 为直角时, 直线 OP (O 为坐标原点) 的斜率为 $-\frac{4}{3}$

I 滚动习题 (五)

范围 3.1

(分值: 100 分)

一、单项选择题(本大题共 75 小题, 每小题 5 分, 共 35 分)

1. 椭圆 $x^2+my^2=1$ 的焦点在 y 轴上, 长轴长是短轴长的 2 倍, 则 m 的值为 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$
- C. 2 D. 4

二、多项选择题(本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

8. 方程 $x^2+y^2\cos\theta=1(\theta\in[0, \frac{\pi}{2}])$ 表示的曲线可能是 ()
- A. 一条直线 B. 圆
- C. 椭圆 D. 线段

三、填空题(本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

10. 古希腊伟大的数学家阿基米德利用“逼近法”得到椭圆的面积除以圆周率等于椭圆的长半轴长与短半轴长的乘积. 某种椭圆形镜子按照实际面积定价, 每平方米 200 元, 小张要买的镜子的外轮廓是长轴长为 1.2 米且离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 的椭圆, 则小张要买的镜子的价格约为 _____ 元. ($\pi\approx 3.14$, 结果精确到整数)

四、解答题(本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13 分)[2026·安徽六校高二期末] 已知平面上两点 $F(-4, 0), F'(4, 0)$, 动点 P 满足 $|PF|+|PF'|=10$.
- (1) 求动点 P 的轨迹 C 的标准方程;
- (2) 当动点 P 满足 $\angle FPF'=90^\circ$ 时, 求点 P 的纵坐标.

CONTENTS 目录

01 第一章 空间向量与立体几何

PART ONE

1.1 空间向量及其运算	001
1.1.1 空间向量及其线性运算	001
第1课时 空间向量及线性运算	001
第2课时 共线向量与共面向量	003
1.1.2 空间向量的数量积运算	005
1.2 空间向量基本定理	007
滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]	009
1.3 空间向量及其运算的坐标表示	011
1.3.1 空间直角坐标系	011
1.3.2 空间向量运算的坐标表示	013
1.4 空间向量的应用	015
1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置 关系	015
第1课时 空间中点、直线和平面的向量 表示	015
第2课时 空间中直线、平面的平行	017
第3课时 空间中直线、平面的垂直	019
1.4.2 用空间向量研究距离、夹角问题	021

第1课时 用空间向量研究距离问题 021

第2课时 用空间向量研究夹角问题 023

滚动习题(二) [范围 1.3~1.4] 025

02 第二章 直线和圆的方程

PART TWO

2.1 直线的倾斜角与斜率	027
2.1.1 倾斜角与斜率	027
2.1.2 两条直线平行和垂直的判定	029
2.2 直线的方程	031
2.2.1 直线的点斜式方程	031
2.2.2 直线的两点式方程	033
2.2.3 直线的一般式方程	035
2.3 直线的交点坐标与距离公式	037
2.3.1 两条直线的交点坐标	037
2.3.2 两点间的距离公式	039
2.3.3 点到直线的距离公式	041
2.3.4 两条平行直线间的距离	041
滚动习题(三) [范围 2.1~2.3]	043

2.4 圆的方程	045
2.4.1 圆的标准方程	045
2.4.2 圆的一般方程	047
2.5 直线与圆、圆与圆的位置关系	049
2.5.1 直线与圆的位置关系	049
第1课时 直线与圆的位置关系(一)	
.....	049
第2课时 直线与圆的位置关系(二)	
.....	051
2.5.2 圆与圆的位置关系	053
滚动习题(四) [范围 2.4~2.5]	055

03 第三章 圆锥曲线的方程

PART THREE

3.1 椭圆	057
3.1.1 椭圆及其标准方程	057
第1课时 椭圆及其标准方程	057
第2课时 与椭圆有关的轨迹问题	059
3.1.2 椭圆的简单几何性质	061

第1课时 椭圆的简单几何性质(一)	
.....	061
第2课时 椭圆的简单几何性质(二)	
.....	063
第3课时 直线与椭圆的位置关系	065
滚动习题(五) [范围 3.1]	067
3.2 双曲线	069
3.2.1 双曲线及其标准方程	069
3.2.2 双曲线的简单几何性质	071
第1课时 双曲线的简单几何性质	071
第2课时 直线与双曲线的位置关系及应用	
.....	073
3.3 抛物线	075
3.3.1 抛物线及其标准方程	075
3.3.2 抛物线的简单几何性质	077
第1课时 抛物线的简单几何性质	077
第2课时 直线与抛物线的位置关系	079
滚动习题(六) [范围 3.2~3.3]	081

◆ 导学案 [单独成册 P139~P240]

◆ 参考答案 (练习册) [单独成册 P083~P138]

参考答案 (导学案) [单独成册 P241~P288]

测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03
单元素养测评卷(三)A [第三章]	卷 05

单元素养测评卷(三)B [第三章]	卷 07
模块素养测评卷	卷 09
参考答案	卷 11

第一章 空间向量与立体几何

1.1 空间向量及其运算

1.1.1 空间向量及其线性运算

第1课时 空间向量及线性运算

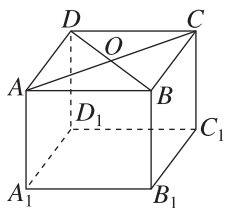
基础巩固

1. [2026·重庆渝东九校期中] 关于空间向量, 下列结论中正确的是 ()

- A. 共线的单位向量都相等
- B. 不相等的两个空间向量的模必不相等
- C. 相反向量指方向相反的两个向量
- D. 任意两个空间向量一定共面

2. 如图, 在四棱柱的上底面 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, AC 与 BD 相交于点 O , 则下列向量相等的是 ()

- A. \overrightarrow{AD} 与 \overrightarrow{CB}
- B. \overrightarrow{OA} 与 \overrightarrow{OC}
- C. \overrightarrow{AC} 与 \overrightarrow{DB}
- D. \overrightarrow{DO} 与 \overrightarrow{OB}



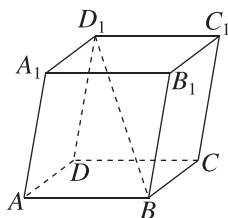
3. 在三棱锥 $O-ABC$ 中, $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} =$ ()

- A. \overrightarrow{OA}
- B. \overrightarrow{AB}
- C. \overrightarrow{OC}
- D. \overrightarrow{AC}

4. 在空间四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 BC, CD 的中点, 则 $\overrightarrow{AF} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) =$ ()

- A. $-\overrightarrow{EF}$
- B. \overrightarrow{BD}
- C. \overrightarrow{EF}
- D. $-\overrightarrow{BD}$

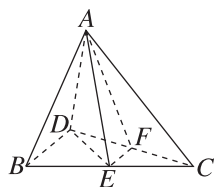
5. [2026·浙江舟山五校联盟调研] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{D_1B} =$ ()



- A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$
- B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$
- C. $\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c}$
- D. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$

6. (多选题) [2026·广东惠州光正实验学校高二月考] 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别为 BC, CD 的中点, 则 ()

- A. $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
- B. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC}$
- C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$
- D. $\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{ED}$



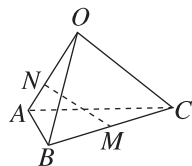
7. 已知空间向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, 化简 $\frac{1}{2}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b} - 3\mathbf{c}) +$

$$5\left(\frac{2}{3}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} + \frac{2}{3}\mathbf{c}\right) - 3(\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + \mathbf{c}) =$$

8. [2026·江苏无锡锡山高级中学

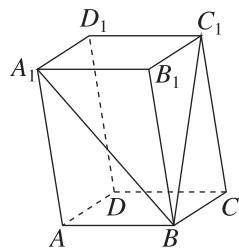
期中] 如图, 在三棱锥 $O-ABC$ 中, $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 点 M 为 BC 的中点, 点 N 满足

$\overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{NA}$, 则 $\overrightarrow{MN} =$ _____ . (用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示)



9. (13分) 如图所示, 已知几何体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为平行六面体, 以此平行六面体的八个顶点中的两个为起点或终点的向量中:

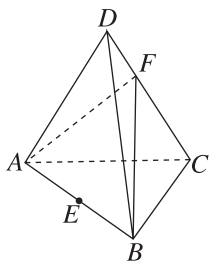
- (1) 写出与 $\overrightarrow{BB_1}$ 相等的向量;
- (2) 写出与 $\overrightarrow{BC_1}$ 相反的向量;
- (3) 写出与 $\overrightarrow{BA_1}$ 平行的向量.



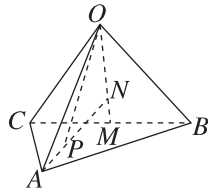
班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14
15

10. (13分)如图,在四面体 $D-ABC$ 中, E 是棱 AB 的中点,点 F 在棱 CD 上,且 $CF=2FD$.化简下列各式,并在图中标出化简得到的向量.

- (1) $\vec{AC} + \vec{CB} + \vec{BD}$;
 (2) $\vec{AF} - \vec{BF} - \vec{AC}$;
 (3) $\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{BC} + \frac{2}{3}\vec{CD}$.



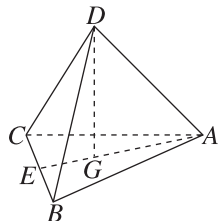
12. [2026·天津河东区期中]如图, M 是四面体 $OABC$ 的棱 BC 的中点,点 N 在线段 OM 上,点 P 在线段 AN 上,且 $MN = \frac{1}{3}ON$, $AP = \frac{1}{3}AN$,则 $\vec{OP} =$ ()



- A. $\frac{1}{3}\vec{OA} + \frac{2}{9}\vec{OB} + \frac{2}{9}\vec{OC}$
 B. $\frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{1}{4}\vec{OB} + \frac{1}{4}\vec{OC}$
 C. $\frac{1}{6}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB} + \frac{1}{3}\vec{OC}$
 D. $\frac{2}{3}\vec{OA} + \frac{1}{8}\vec{OB} + \frac{1}{8}\vec{OC}$

13. 在三棱锥 $A-BCD$ 中,若 $\triangle BCD$ 是正三角形,且 E 为其中心,则 $\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} - \frac{3}{2}\vec{DE} - \vec{AD}$ 的化简结果为_____.

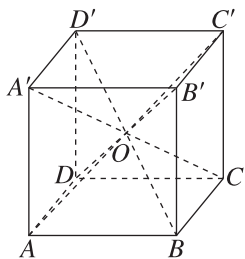
14. [2026·上海南汇中学期中]如图,在四面体 $DABC$ 中,点 E 为 BC 的中点,点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,设 $\vec{DA} = \mathbf{a}$, $\vec{DB} = \mathbf{b}$, $\vec{DC} = \mathbf{c}$,则 $\vec{DG} =$ _____.(用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示)



综合提升

11. 如图,已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的中心为 O ,则下列结论错误的是 ()

- A. $\vec{OA} + \vec{OD}$ 与 $\vec{OB}' + \vec{OC}'$ 是一对相反向量
 B. $\vec{OB} - \vec{OC}$ 与 $\vec{OA}' - \vec{OD}'$ 是一对相反向量
 C. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}$ 与 $\vec{OA}' + \vec{OB}' + \vec{OC}' + \vec{OD}'$ 是一对相反向量
 D. $\vec{OA}' - \vec{OA}$ 与 $\vec{OC} - \vec{OC}'$ 是一对相反向量



思维探索

15. (多选题)[2026·广东江门高二期中]在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\triangle A_1BD$ 的重心为点 G ,则下列说法正确的是 ()

- A. $\vec{AG} \parallel \vec{AC}_1$
 B. 若 M 为 BC 的中点,则 $\vec{A_1B} = \vec{AC}_1 + 2\vec{AM}$
 C. $\vec{A_1G} = \frac{1}{3}(\vec{A_1B} + \vec{A_1D})$
 D. $\vec{A_1C} + \vec{AC}_1 = \vec{AC}$

第 2 课时 共线向量与共面向量

基础巩固

1. 已知空间向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 不共线, 向量 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, $\overrightarrow{BC} = 5\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, $\overrightarrow{CD} = -3\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, 则 ()
 - A. A, B, C 三点共线
 - B. A, B, D 三点共线
 - C. A, C, D 三点共线
 - D. B, C, D 三点共线

2. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列各组向量与 \overrightarrow{AC} 共面的是 ()
 - A. $\overrightarrow{B_1D_1}, \overrightarrow{B_1B}$
 - B. $\overrightarrow{C_1C}, \overrightarrow{A_1D}$
 - C. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{AD_1}$
 - D. $\overrightarrow{A_1D_1}, \overrightarrow{A_1A}$

3. 已知空间中不重合的三点 A, B, C , 则下列选项可使 A, B, C 三点共线的是 ()
 - A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
 - B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
 - C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$
 - D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$

4. 对于空间一点 O 和不共线的三点 A, B, C , 有 $2\overrightarrow{OP} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}$, 则下列结论一定正确的是 ()
 - A. O, A, B, C 四点共面
 - B. P, A, B, C 四点共面
 - C. O, P, B, C 四点共面
 - D. O, P, A, B, C 五点共面

5. [2026·天津武清区期中] 设向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 不共面, 已知 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{e}_1 + \lambda\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\overrightarrow{CD} = 4\mathbf{e}_1 + 8\mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3$, 若 A, C, D 三点共线, 则 $\lambda =$ ()
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4

6. (多选题)[2026·江苏南通期末] 给出下列四种说法, 其中正确的是 ()
 - A. 若存在实数 x, y , 使 $\mathbf{p} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b}$, 则 \mathbf{p} 与 \mathbf{a}, \mathbf{b} 共面
 - B. 若 \mathbf{p} 与 \mathbf{a}, \mathbf{b} 共面, 则存在实数 x, y , 使 $\mathbf{p} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b}$
 - C. 若存在实数 x, y , 使 $\overrightarrow{MP} = x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB}$, 则点 P, M, A, B 共面
 - D. 若点 P, M, A, B 共面, 则存在实数 x, y , 使 $\overrightarrow{MP} = x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB}$

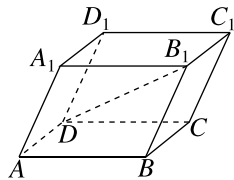
7. 已知 A, B, C 三点不共线, 点 O 为平面 ABC 外任意一点, 若点 M 满足 $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{4}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OC}$, 则点 M _____ (填“ \in ”或“ \notin ”) 平面 ABC .

8. (13分) 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是空间中不共面的三个向量, $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a} - 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, $\overrightarrow{OB} = p\mathbf{a} + \mathbf{b} + q\mathbf{c}$, $\overrightarrow{OC} = 2\mathbf{a} + \mathbf{b} - 2\mathbf{c}$.
 - (1) 若 $\overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{AC}$, $m \in \mathbf{R}$, 求 p, q 的值;
 - (2) 若 O, A, B, C 四点共面, 求 $3p + 5q$ 的值.

1.1.2 空间向量的数量积运算

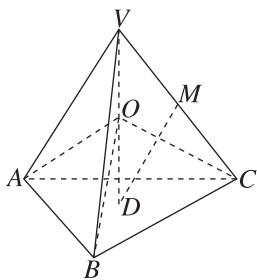
基础巩固

- 已知 a, b, c 为空间向量, 则下列关于它们的说法正确的是 ()
 - 若 $a \cdot b = b \cdot c$, 且 $b \neq 0$, 则 $a = c$
 - 若 $c = 2a + 3b$, 则 a, b, c 共面
 - $(a \cdot b)c = a(b \cdot c)$
 - 向量 a 在向量 b 上的投影向量的模一定是正的
- 若 $|a| = 4$, a 和 b 的夹角为 60° , 则 a 在 b 上的投影向量的模为 ()
 - $2\sqrt{3}$
 - $\sqrt{3}$
 - 2
 - 4
- [2026 · 广东揭阳华侨中学高二月考] 对于空间任意两个非零向量 a, b , “ $a \cdot b < 0$ ”是“ $\langle a, b \rangle$ 为钝角”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- [2026 · 江苏无锡锡东中学高二段考] 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 若 $AB \perp BD, CD \perp BD, BD = 1$, 则 $\vec{AC} \cdot \vec{BD} =$ ()
 - $\frac{1}{2}$
 - 1
 - $\sqrt{3}$
 - 0
- (多选题) 已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1, 设 $\vec{AB} = a, \vec{AD} = b, \vec{AA'} = c$, 则下列各式的值为 1 的有 ()
 - $a \cdot (b+c)$
 - $a \cdot (a+b+c)$
 - $(a+b) \cdot (b+c)$
 - $(a+b) \cdot c$
- 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\angle PAB = \angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $\langle \vec{PA}, \vec{BC} \rangle = \frac{2\pi}{3}, PA = 2, AB = 1, BC = 3$, 则 $PC =$ ()
 - $\sqrt{7}$
 - 2
 - $\sqrt{3}$
 - 1
- [2026 · 湖北武汉六中高二月考] 已知空间向量 a, b 满足 $|a| = \sqrt{13}, |b| = 5$, 且 a 与 b 夹角的余弦值为 $-\frac{9\sqrt{13}}{65}$, 则 a 在 b 上的投影向量为_____.
- [2026 · 安徽阜阳耀云中学高二月考] 在四面体 $O-ABC$ 中, 棱 OA, OB, OC 两两垂直, 且 $OA = 1, OB = 2, OC = 3, G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\vec{OG} \cdot (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}) =$ _____.
- (13分)[2025 · 广州一中高二月考] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2, AA_1 = 3, AD = 1$, 且 $\angle DAB = \angle BAA_1 = \angle DAA_1 = \frac{\pi}{3}$, 设 $\vec{AB} = a, \vec{AD} = b, \vec{AA_1} = c$.
 - 用 a, b, c 表示 $\vec{DB_1}$;
 - 求 DB_1 的长;
 - 求向量 $\vec{DB_1}$ 与 \vec{AB} 夹角的余弦值.



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14
15

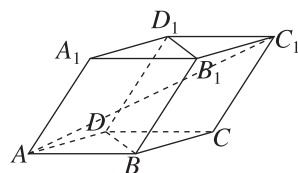
10. (13分)如图,正四面体 $V-ABC$ 的高 VD 的中点为 O , VC 的中点为 M .
- (1)求证: AO,BO,CO 两两垂直;
- (2)求 $\langle \overrightarrow{DM}, \overrightarrow{AO} \rangle$ 的大小.



12. [2026·河南洛阳期中] 现有棱长为4的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$,点 M 在该正方体表面上运动,点 O 为该正方体的内切球球心, PQ 为球 O 的一条直径,则 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 的取值范围是 ()

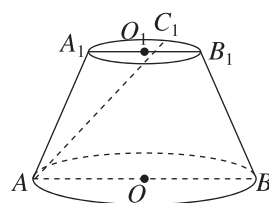
- A. $[-4,8]$ B. $[0,8]$
C. $[0,4]$ D. $[4,12]$

13. (多选题)[2026·福建长乐五中期中] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,以顶点 A 为端点的三条棱的长均为1,且它们彼此的夹角都是 60° ,则 ()



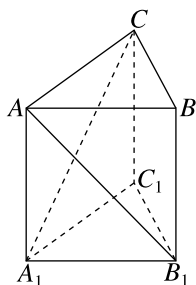
- A. $AC_1 = \sqrt{5}$
B. $AC_1 \perp BD$
C. 四边形 BDD_1B_1 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D. 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. 如图, A_1B_1, AB 分别是圆台上、下底面的直径,且 $AB = 2A_1B_1, AB \parallel A_1B_1, C_1$ 是弧 A_1B_1 上靠近点 B_1 的三等分点,则 $\overrightarrow{AC_1}$ 在 \overrightarrow{AB} 上的投影向量是_____.



综合提升

11. 如图所示,在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = AB = 2$,则异面直线 A_1C 与 AB_1 所成角的余弦值为 ()



- A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

思维探索

15. [2026·湖北武昌实验中学月考] 在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形, $\angle A'AB = \angle A'AD = 60^\circ, AB = 2, AA' = 4, M$ 是棱 $A'B'$ 的中点, $A'C$ 与平面 AMD' 交于点 H ,则线段 $A'H$ 的长度为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

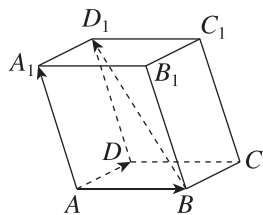
1.2 空间向量基本定理

基础巩固

1. 下列说法中正确的是 ()

- A. 任何三个不共线的向量可构成空间的一个基底
 B. 空间的基底有且仅有一个
 C. 两两垂直的三个非零向量可构成空间的一个基底
 D. 直线的方向向量有且仅有一个

2. 如图, 在平行六面体 $AB-CD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 则用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 可表示向量 $\overrightarrow{BD_1}$ 为 ()

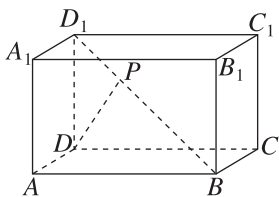


- A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$
 C. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$ D. $-\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$

3. [2026 · 广东阳江期中] 若 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 为空间的一个基底, 则下列能构成空间的一个基底的一组向量是 ()

- A. $\mathbf{a} + \mathbf{c}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{b} + \mathbf{c}$
 B. $\mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}$
 C. $\mathbf{a}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, -5\mathbf{b}$
 D. $\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}, \frac{1}{3}\mathbf{c}$

4. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是线段 D_1B 上一点, 且 $BP = 2D_1P$, 若 $\overrightarrow{DP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA_1}$, 则 $x + y + z =$ ()



- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{1}{3}$ D. 1

5. 已知 $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ 是空间的一个基底, 向量 $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\mathbf{b} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$, $\mathbf{c} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\mathbf{d} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$, 若 $\mathbf{d} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c}$, 则 x, y, z 的值分别为 ()

- A. $\frac{5}{2}, -1, -\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}$
 C. $-\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$

6. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 各条棱的长都相等, 且 $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$
 C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

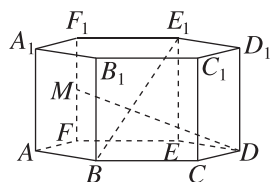
7. 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个单位正交基底, 向量 $\mathbf{p} = \mathbf{a} - 2\mathbf{b} - 4\mathbf{c}$, $\{\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的另一个基底, 则用基底 $\{\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示向量 $\mathbf{p} =$ _____.

8. 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 则可以从向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{a} + \mathbf{c}, \mathbf{a} - \mathbf{c}, \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{b} - \mathbf{c}$ 中选出三个向量构成空间的一个基底, 请你写出一个不同于 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 的基底: _____.

9. (13分)[2025 · 浙江杭州二期中] 如图, 在正六棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 中, M 为 FF_1 的中点. 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AF} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$.

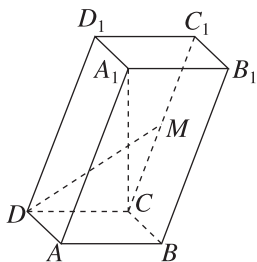
(1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{BE_1}$;

(2) 若 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{c}| = 2$, 求 $\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{BE_1}$ 的值.



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14
15

10. (13分)[2026·山东潍坊高二期中] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $\angle A_1AB = \angle A_1AD = 60^\circ$, $A_1A = 2$, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, M 为 CC_1 的中点.



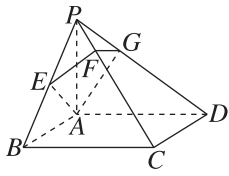
- (1)用空间的一个基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示 $\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{A_1C}$;
 (2)求 $|\overrightarrow{DM}|, |\overrightarrow{A_1C}|$ 以及异面直线 DM 与 A_1C 所成角的余弦值.

综合提升

11. [2026·河南九师联盟质检] 已知 A, B, C 三点不共线,点 O 在平面 ABC 外,点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$,则当点 P, A, B, C 四点共面时,实数 $x =$ ()

- A. $-\frac{7}{12}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{12}$

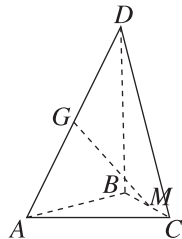
12. [2026·广东佛山七校月考] 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是平行四边形,过点 A 的平面 α 分别与棱 PB, PC, PD 交于点 E, F, G ,若 $\overrightarrow{PB} = 2\overrightarrow{PE}$,



$\overrightarrow{PD} = 3\overrightarrow{PG}$,则 $\frac{PF}{PC} =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{5}$

13. (多选题)如图,在三棱锥 $D-ABC$ 中, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ 两两夹角均为 $\frac{\pi}{3}$,且 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AD}| = 1$,若 G, M 分别为棱 AD, BC 的中点,则 ()

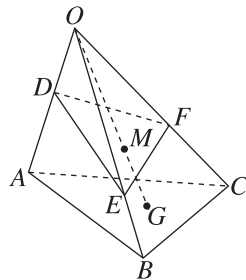


- A. $|\overrightarrow{MG}| = \frac{3\sqrt{3}}{4}$
 B. $|\overrightarrow{MG}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 C. 异面直线 AC 与 DB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{33}}{6}$
 D. 异面直线 AC 与 DB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

14. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 4$, $AA_1 = 6$, $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$, $\angle BAA_1 = \angle DAA_1 = \frac{\pi}{3}$, E 为直线 BC 上一点,若 $A_1E \perp AC_1$,则 $BE =$ _____.

思维探索

15. [2026·福建泉州高二期中] 如图,在三棱锥 $O-ABC$ 中,点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,点 M 是线段 OG 上靠近点 G 的三等分点,过点 M 的平面分别交棱 OA, OB, OC 于点 D, E, F ,若 $\overrightarrow{OD} = k\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OE} = m\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OF} = n\overrightarrow{OC}$,则 $\frac{1}{k} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} =$ ()



- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{9}{2}$

滚动习题(一)

范围 1.1~1.2

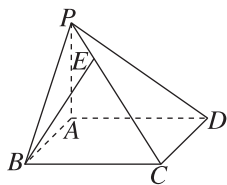
(分值:100分)

一、单项选择题(本大题共7小题,每小题5分,共35分)

- 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $(\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{CD}$ 的运算结果为 ()
 A. \overrightarrow{AC} B. \overrightarrow{BD}
 C. $\overrightarrow{AC_1}$ D. $\overrightarrow{AD_1}$
- 已知 A, B, C 三点不共线, 对于平面 ABC 外的任意一点 O , 下列条件中能确定点 M, A, B, C 共面的是 ()
 A. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$
 B. $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$
 C. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$
 D. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

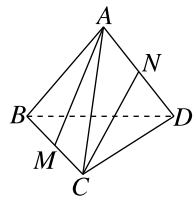
- 已知空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线的长都为1, F, G 分别是 AD, DC 的中点, 则 $\overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{AB} =$ ()
 A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- [2026·安徽合肥高二期中] 我国古代数学名著《九章算术》中, 将底面为矩形且一侧棱垂直于底面的四棱锥称为阳马. 如图所示, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 是阳马, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PE = \frac{1}{4}PC$, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AP} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{BE} =$ ()



- 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 向量 $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{c}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{a} + \mathbf{b}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b} + \lambda\mathbf{c}$, 且 A, B, C, D 四点共面, 则 $\lambda =$ ()
 A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

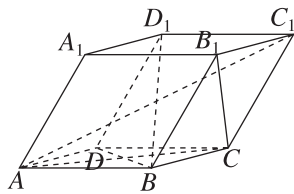
- 如图, 在棱长为1的正四面体(四个面都是正三角形的四面体) $ABCD$ 中, M, N 分别为 BC, AD 的中点, 若 \overrightarrow{MA} 在 \overrightarrow{CN} 上的投影向量为 $\mu\overrightarrow{CN}$, 则 μ 的值为 ()



- 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为36, 空间一点 P 满足 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \lambda\overrightarrow{AC}$ ($\lambda \neq 0$), 则三棱锥 $C-A_1AP$ 的体积为 ()
 A. 2 B. 3
 C. 6 D. 9

二、多项选择题(本大题共2小题,每小题6分,共12分)

- 若 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 是三个不共面的单位向量, 且两两夹角均为 θ , 则 ()
 A. θ 的取值范围是 $(0, \pi)$
 B. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ 能构成空间的一个基底
 C. “ $\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ ”是“ P, A, B, C 四点共面”的充分不必要条件
 D. $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$
- [2026·福建厦门高二期中] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AB, AD, AA_1 的棱长均为6, 且它们彼此的夹角都是 60° , 则下列说法中正确的是 ()



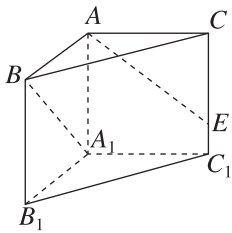
- $AC_1 = 6\sqrt{6}$
 - $AC_1 \perp DB$
 - 向量 $\overrightarrow{B_1C}$ 与 $\overrightarrow{AA_1}$ 的夹角是 60°
 - BD_1 与 AC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

三、填空题(本大题共2小题,每小题5分,共10分)

- 已知空间向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 两两夹角为 60° , 且 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = |\mathbf{c}| = 1$, 则 $|\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}| =$ _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

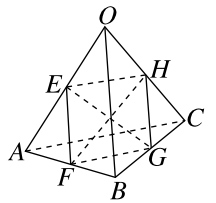
11. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AA_1 = A_1B_1 = A_1C_1 = 4$, 点 E 是棱 CC_1 上一点, 且异面直线 A_1B 与 AE 所成角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{2}}{10}$, 则 C_1E 的长为 _____.



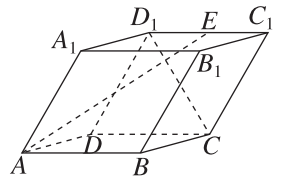
四、解答题(本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13 分) 已知 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 是空间的一个基底, 且 $\vec{OP} = 2e_1 - e_2 + 3e_3$, $\vec{OA} = e_1 + 2e_2 - e_3$, $\vec{OB} = -3e_1 + e_2 + 2e_3$, $\vec{OC} = e_1 + e_2 - e_3$.
- (1) $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ 能否构成空间的一个基底? 若能, 试用这一个基底表示 \vec{OP} ; 若不能, 请说明理由.
- (2) 判断 P, A, B, C 四点是否共面.

13. (15 分)[2025·浙江杭州四中高二期中] 如图, 在正四面体 $OABC$ 中, E, F, G, H 分别是 OA, AB, BC, OC 的中点. 设 $\vec{OA} = a, \vec{OB} = b, \vec{OC} = c$.
- (1) 用 a, b, c 表示 \vec{EF}, \vec{FG} ;
- (2) 求证: FH 与 GE 相交;
- (3) 求证: 四边形 $EFGH$ 为矩形.



14. (15 分)[2026·山东青岛高二期中] 如图, 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是矩形, $AB = AA_1 = 4, AD = 2, \angle BAA_1 = \angle DAA_1 = 60^\circ$, E 为棱 C_1D_1 的中点.
- (1) 求 AE 的长;
- (2) 求直线 AE 与直线 CD_1 所成角的余弦值.



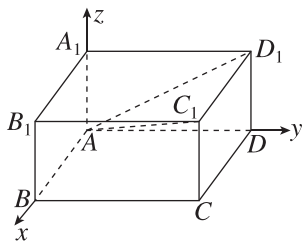
1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

基础巩固

- 点 $P(3,0,-1)$ 在空间直角坐标系中位于 ()
A. y 轴上
B. Oxy 平面上
C. Ozx 平面上
D. Oyz 平面上
- 在空间直角坐标系中, 点 $A(1,-2,3)$ 与点 $B(-1,-2,-3)$ 关于 ()
A. x 轴对称
B. y 轴对称
C. z 轴对称
D. 原点对称
- [2026·陕西榆林高二质检] 在空间直角坐标系中, 点 B 是点 $A(2,3,1)$ 在 Oxy 平面内的射影, 则 $|\overrightarrow{OB}| =$ ()
A. $\sqrt{5}$
B. $\sqrt{10}$
C. $\sqrt{13}$
D. 4
- 在空间直角坐标系中, 若 $A(1,-1,3), \overrightarrow{AB} = (5, 0, 2)$, 则点 B 的坐标为 ()
A. $(-4, -1, 1)$
B. $(6, -1, 5)$
C. $(4, 1, -1)$
D. $(6, -1, -1)$
- 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4, BC=1, AA_1=3$, 已知向量 \boldsymbol{a} 在基底 $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}\}$ 下的坐标为 $(2, 1, -3)$. 若分别以 $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$ 的方向为 x 轴、 y 轴、 z 轴的正方向建立空间直角坐标系, 则 \boldsymbol{a} 的坐标为 ()
A. $(2, 1, -3)$
B. $(-1, 2, -3)$
C. $(1, -8, 9)$
D. $(-1, 8, -9)$
- 已知 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 是空间直角坐标系 $Oxyz$ 中 x 轴、 y 轴、 z 轴正方向上的单位向量, 且 $\overrightarrow{OA} = 3\boldsymbol{i}, \overrightarrow{AB} = \boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$, 则点 B 的坐标为 ()
A. $(1, -1, 1)$
B. $(4, 1, 1)$
C. $(1, 4, 2)$
D. $(4, 1, 2)$
- 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 点 $A(7, 7, 6)$ 关于 Oxy 平面对称的点的坐标为 _____.

- 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $AB=AD=2, BB_1=1$, 建立如图所示的空间直角坐标系, 则 $\overrightarrow{AD_1}$ 的坐标为 _____, $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为 _____.

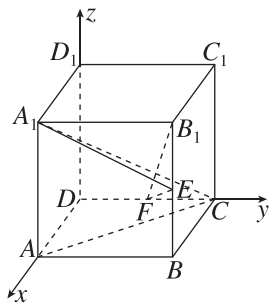


- (13分)[2026·山东青岛九中高二质检] 已知 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个单位正交基底, $\{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 是空间的另一个基底. 若向量 \boldsymbol{p} 在基底 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 $(4, 2, 3)$, 求向量 \boldsymbol{p} 在基底 $\{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 下的坐标.

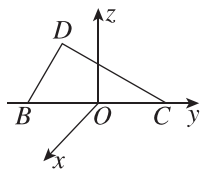
班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14

10. (13分)[2026·广东湛江高二期中] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F 分别为棱 BB_1, DC 的中点, 建立空间直角坐标系, 如图所示.

- (1) 写出正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 各顶点的坐标(不需写出计算过程);
 (2) 写出向量 $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{B_1F}, \overrightarrow{A_1E}$ 的坐标(不需写出计算过程);
 (3) 求向量 $\overrightarrow{A_1C}$ 在向量 \overrightarrow{AC} 上的投影向量的坐标.



13. 如图, 在空间直角坐标系中, 点 B 在 y 轴的负半轴上, 点 C 在 y 轴的正半轴上, $BC=2$, 原点 O 是 BC 的中点, 点 D 在 Oyz 平面内, 且 $\angle BDC=90^\circ, \angle DCB=30^\circ$, 则点 D 的坐标为_____.

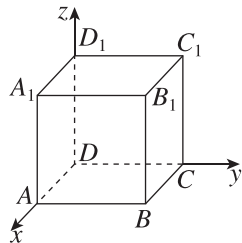


14. [2026·福建厦门大学附属科技中学高二月考] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 一点 P 在 Oxy 平面上的射影为 $M(2, 4, 0)$, 在 Oxz 平面上的射影为 $N(2, 0, 7)$, 则点 P 关于 x 轴对称的点的坐标为_____.

思维探索

15. (15分) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 以 D 为原点, $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$ 的方向分别为 x, y, z 轴的正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$, 有一个动点 P 在正方体的各个面上运动.

- (1) 当点 P 分别在平行于坐标轴的各条棱上运动时, 探究动点 P 的坐标特征;
 (2) 当点 P 分别在各个面对角线上运动时, 探究动点 P 的坐标特征.



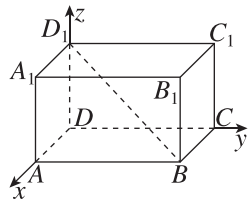
综合提升

11. 设 $y \in \mathbf{R}$, 则点 $P(1, y, 2)$ 的集合为 ()

- A. 垂直于 Ozx 平面的一条直线
 B. 平行于 Ozx 平面的一条直线
 C. 垂直于 y 轴的一个平面
 D. 平行于 y 轴的一个平面

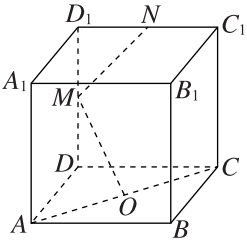
12. (多选题) 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=5, AD=4, AA_1=3$, 以 D 为原点, DA, DC, DD_1 所在直线分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴, 建立空间直角坐标系 $Dxyz$, 则下列结论中正确的是 ()

- A. 点 B_1 的坐标为 $(3, 5, 4)$
 B. 点 C_1 关于点 B 对称的点为 $(8, 5, -3)$
 C. 点 A 关于直线 BD_1 对称的点为 $(0, 5, 3)$
 D. 点 C 关于平面 ABB_1A_1 对称的点为 $(8, 5, 0)$



1.3.2 空间向量运算的坐标表示

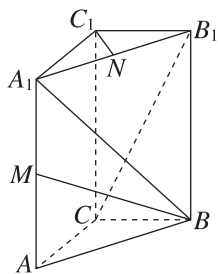
基础巩固

- 在空间直角坐标系中, 向量 $\mathbf{a} = (2, -3, 5)$, $\mathbf{b} = (-2, 4, 5)$, 则向量 $\mathbf{a} + \mathbf{b} =$ ()
 A. $(0, 1, 10)$ B. $(-4, 7, 0)$
 C. $(4, -7, 0)$ D. $(-4, -12, 25)$
- [2026·浙江台金七校联盟高二期中] 已知空间向量 $\mathbf{a} = (x, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (4, 2, 4)$, 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x =$ ()
 A. 1 B. $-\frac{5}{2}$
 C. $-\frac{3}{2}$ D. 3
- 已知 $\overrightarrow{AB} = (2, -3, 2)$, $C(2, \frac{1}{2}, -1)$, $D(x, y, 0)$, 且 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$, 则 x, y 的值分别为 ()
 A. 3, 1 B. $4, -\frac{5}{2}$
 C. 3, -1 D. 1, 1
- 已知 $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 4, -2)$, $\mathbf{c} = (4, 5, \lambda)$, 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 三个向量不能构成空间的一个基底, 则实数 λ 的值为 ()
 A. 0 B. 9
 C. 5 D. 3
- (多选题) 已知向量 $\mathbf{a} = (1, -2, 2)$, $\mathbf{b} = (2, -3, 2)$, 则下列结论正确的是 ()
 A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (3, -5, 4)$ B. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 12$
 C. $|\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| = 6$ D. \mathbf{a}, \mathbf{b} 不平行
- 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, M, N 分别是棱 DD_1, D_1C_1 的中点, 则直线 OM ()
 A. 与 AC, MN 都垂直
 B. 垂直于 AC , 但不垂直于 MN
 C. 垂直于 MN , 但不垂直于 AC
 D. 与 AC, MN 都不垂直
 
- 已知 $A(1, 1, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(2, 2, 2)$, 则向量 \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 上的投影向量的坐标是 _____.
- 已知点 $A(1, 2, 1)$, $B(3, 3, 2)$, $C(\lambda + 1, 4, 3)$, 若 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角, 则 λ 的取值范围为 _____.
- (13分) 已知空间三点 $A(0, -2, 3)$, $B(-2, -1, 6)$, $C(1, 1, 5)$.
 (1) 若向量 \mathbf{m} 与 \overrightarrow{AB} 平行, 且 $|\mathbf{m}| = \sqrt{14}$, 求 \mathbf{m} 的坐标;
 (2) 求以 CB, CA 为邻边的平行四边形的面积.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12
13
15

综合提升

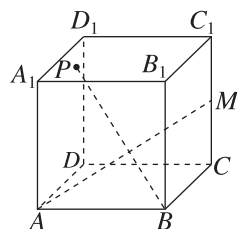
10. 一束光线自点 $P(1,1,1)$ 出发, 被 Oxy 平面反射到点 $Q(3,3,6)$ 后被吸收, 那么光线所走过的路程是 ()
- A. $\sqrt{37}$ B. $\sqrt{33}$
 C. $\sqrt{47}$ D. $\sqrt{57}$
11. (多选题) 已知空间四点 $O(0,0,0), A(0,1,2), B(2,0,-1), C(3,2,1)$, 则下列说法正确的是 ()
- A. $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -2$
 B. 以 OA, OB 为邻边的平行四边形的面积为 $\frac{\sqrt{21}}{2}$
 C. 点 O 到直线 BC 的距离为 $\sqrt{5}$
 D. O, A, B, C 四点共面
12. [2026 · 广东东莞中学高二段考] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 点 E 和 F 分别在线段 DB 和 D_1C 上, 则线段 EF 的长度的最小值为 _____.
13. [2026 · 广东惠州一中期中] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 四面体 $SABC$ 各顶点的坐标依次为 $S(6,4,4), A(4,4,1), B(6,6,4), C(4,6,4)$, 则该四面体外接球的表面积是 _____.
14. (15 分) 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA=CB=1, \angle BCA=90^\circ, AA_1=2, M, N$ 分别是 A_1A, A_1B_1 的中点.
- (1) 求线段 BM 的长;



- (2) 求 $\cos\langle \vec{BA_1}, \vec{CB_1} \rangle$ 的值;
- (3) 求证: $A_1B \perp C_1N$.

思维探索

15. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 6, 点 M 为 CC_1 的中点, 点 P 为底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的动点, 且满足 $BP \perp AM$, 则点 P 的轨迹长度为 _____.



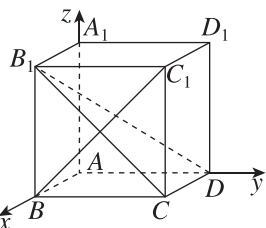
1.4 空间向量的应用

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

第1课时 空间中点、直线和平面的向量表示

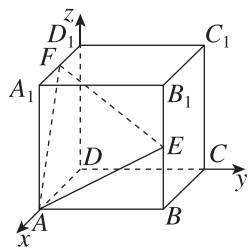
基础巩固

- 下列说法错误的是 ()
 - 若直线 l 垂直于平面 α , 则直线 l 的任意一个方向向量都是平面 α 的一个法向量
 - 若 \boldsymbol{n} 是平面 α 的一个法向量, 则 \boldsymbol{n} 与平面 α 内任意一条直线的方向向量均垂直
 - 零向量是任意一个平面的一个法向量
 - 一个平面的法向量是不唯一的
- 若 $A(0,1,2), B(2,5,8)$ 在直线 l 上, 则直线 l 的一个方向向量为 ()
 - $(3,2,1)$
 - $(1,3,2)$
 - $(2,1,3)$
 - $(1,2,3)$
- 若 $\boldsymbol{\mu}=(2,-3,1)$ 是平面 α 的一个法向量, 则下列向量中能作为平面 α 的法向量的是 ()
 - $(0,-3,1)$
 - $(2,0,1)$
 - $(-2,-3,1)$
 - $(-2,3,-1)$
- 已知平面 α 内有两个不共线的向量 $\boldsymbol{a}=(2,0,1), \boldsymbol{b}=(2,1,0)$, 设平面 α 的法向量为 \boldsymbol{n} , 则 \boldsymbol{n} 的坐标可以为 ()
 - $(1,2,2)$
 - $(-1,2,2)$
 - $(1,2,-2)$
 - $(-1,-2,2)$
- (多选题) 在如图所示的空间直角坐标系中, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长是 1, 下列结论正确的是 ()
 - 直线 DD_1 的一个方向向量为 $(0,0,1)$
 - 直线 BC_1 的一个方向向量为 $(0,1,1)$
 - 平面 ABB_1A_1 的一个法向量为 $(0,1,0)$
 - 平面 B_1CD 的一个法向量为 $(1,1,1)$
- [2026·广东惠州一中高二期中] 已知点 $A(-1,0,1), B(a,a+1,a-1)$, 若点 A, B 所在平面的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-1,2)$, 则 $|\overrightarrow{AB}| =$ ()
 - $\sqrt{6}$
 - $3\sqrt{2}$
 - 3
 - $\sqrt{33}$

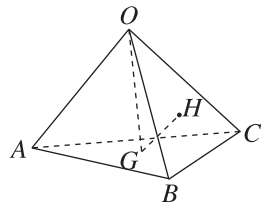


7. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(4,-2,6), \boldsymbol{b}=(-4,2x^2,6x)$ 都是直线 l 的方向向量, 则 $x =$ _____.

8. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 D 为原点建立空间直角坐标系, E 为 BB_1 的中点, F 为 A_1D_1 的中点, 写出平面 AEF 的一个法向量: _____.

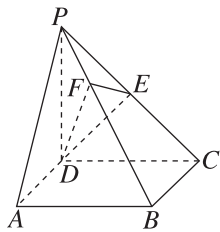


9. (13分) 如图所示, 在四面体 $OABC$ 中, G, H 分别是 $\triangle ABC, \triangle OBC$ 的重心, 设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}, \overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}, \overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$, 以 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 为空间的一个基底, 求直线 OG 和 GH 的一个方向向量.



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14

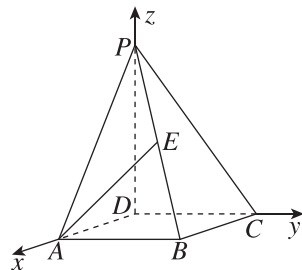
10. (13分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD=AD$, 底面 $ABCD$ 为正方形, E 为 PC 的中点, 点 F 在棱 PB 上, 问当点 F 在何位置时, \overrightarrow{PB} 为平面 DEF 的一个法向量?



13. 已知点 $P(1,2,3)$ 沿着向量 $\mathbf{v}=(-1,2,2)$ 的方向移动到点 Q , 且 $|\overrightarrow{PQ}|=6$, 则点 Q 的坐标为_____.
14. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n}=(1,-1,2)$, 且平面 α 过点 $A(0,3,1)$. 若 $P(x,y,z)$ 是平面 α 内的任意一点, 则点 P 的坐标满足的方程是_____.

思维探索

15. (15分)如图, 在空间直角坐标系中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 且四边形 $ABCD$ 为正方形, $AB=2$, PB 与 Dxy 平面所成的角为 $\frac{\pi}{4}$, E 为 PB 的中点, 求平面 ABE 的单位法向量 \mathbf{n}_0 . (结果用坐标表示)



综合提升

11. 已知直线 l 过点 $P(1,0,-1)$ 且平行于向量 $\mathbf{a}=(2,1,1)$, 直线 l 与点 $M(1,2,3)$ 在平面 α 内, 则平面 α 的法向量不可能是 ()
- A. $(1,-4,2)$ B. $(\frac{1}{4}, -1, \frac{1}{2})$
- C. $(-\frac{1}{4}, 1, -\frac{1}{2})$ D. $(0, -1, 1)$
12. [2026·成都郫都区高二期中] 阅读下面材料: 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个法向量为 $\mathbf{m}=(a,b,c)$ 的平面 α 的方程为 $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$. 根据上述材料, 解决下面问题: 直线 l 是两个平面 $x-2y+2=0$ 与 $2x-z+1=0$ 的交线, 则 l 的一个方向向量是 ()
- A. $(2,1,4)$ B. $(1,3,5)$
- C. $(1,-2,0)$ D. $(2,0,-1)$